

Tópicos selectos: Algoritmos en Gráficas

Objetivo

Diseñar algoritmos específicamente para trabajar con gráficas y resolver una gran variedad de problemas de manera eficiente.

Aprender algoritmos clásicos y actuales en gráficas.

Descripción

Las gráficas son estructuras matemáticas claves para el análisis de distintos tipos de redes, por ejemplo, las redes sociales, las redes biológicas, Internet, las redes móviles ad hoc, etc. Si bien el área de algoritmos en gráficas es ya un área clásica de la Teoría de la Computación y las Matemáticas Discretas, ésta ha tenido mucha actividad en los últimos años. En este curso se revisará a mayor profundidad el impacto de la Teoría de Gráficas en distintas aplicaciones.

Contenido

1. Introducción al área y un poco de historia
 - a. Conceptos básicos, tipos de gráficas
 - b. Representación de gráficas y ejemplos
 - c. Algoritmo elemental: recorrido
 - d. Análisis formal de los algoritmos elementales de recorrido
 - e. Software a usar en el curso: Sage Math
2. Extracción de información de estructuras
 - a. Web search engines y el algoritmo PageRank
 - b. Representación computacional de gráficas
 - c. Web crawler
 - d. DFS y BFS
4. Algoritmo de Tarjan para encontrar componentes fuertemente conexas
 - a. Árboles generadores de peso mínimo y sus propiedades
 - b. Algoritmo de Prim-Dijkstra-Jarnik, algoritmo de Boruvka y algoritmo de Kruskal.
 - c. Gráficas dirigidas acíclicas y ordenamiento topológico
 - d. Caminos más cortos y más largos en gráficas acíclicas dirigidas
 - e. Algoritmos de Dijkstra, Bellman-Ford, y Johnson
 - f. Algoritmo A*
5. Recorridos en gráficas
 - a. Tour de Euler y el problema del agente viajero
 - b. Algoritmos de aproximación y tasa de aproximación
 - c. Heurística MST-doubling y heurística de Christofides
 - d. Un algoritmo de programación dinámica para el problema del agente viajero
 - e. Máximo flujo, mínimo corte

f. Algoritmo de Ford-Fulkerson

6. Emparejamientos, gráficas bipartidas

- a. Algoritmo Hopcroft-Karp
- b. Uso de emparejamientos para encontrar cubiertas máximas y conjuntos independientes, partición en el mínimo número de rectángulos
- c. Emparejamiento estable, algoritmo de Gale-Shapley

7. Problemas complejos en gráficas

- a. Número de Strahler, coloración de gráficas, coloración glotona
- b. Interval graphs y gráficas perfectas
- c. Gráficas cordales y el uso de BFS-lexicográfico para encontrar un orden de eliminación
- d. Métodos para generar redes sintéticas: modelo Erdos-Rényi, ERGM, gráficas aleatorias con grado fijo, Barabási-Albert, y modelo de Kleinberg
- f. Centralidad, degeneración y k-cores
- g. Clanes, cota de Moon-Moser en clanes de tamaño máximo, y algoritmo de Bron-kerbosch

8. Gráficas planares

- a. Road maps, árboles generadores de grids, coloración y el teorema de los cuatro colores
- b. Dualidad, dualidad de Euler, biparticiones y la fórmula de Euler
- c. Verificación de planaridad y el algoritmo basado en ciclos
- d. El teorema de Fáry y bosques de Schnyder

Bibliografía básica

- a. Kayhan Erciyes, Guide to Graph Algorithms - Sequential, Parallel and Distributed. Texts in Computer Science, Springer 2018, ISBN 978-3-319-73234-3
- b. Shimon Even, Guy Even, Graph Algorithms, Second Edition. Cambridge University Press 2012, ISBN 978-0-521-73653-4
- c. Maarten van Steen, Graph Theory and Complex Networks: An Introduction, Maarten van Steen, 2010
- d. Vadim Zverovich, Research Topics in Graph Theory and Its Applications 1st Edition, Cambridge Scholars Publishing; 1st edition, 2019